

電力中央研究所 研究資料

NO. SE21503

わが国の電力市場取引実務に向けた
フォワードカーブの構築

2022年2月

一般財団法人 電力中央研究所

IR

CRIEPI

**Central Research Institute of
Electric Power Industry**

わが国の電力市場取引実務に向けた フォワードカーブの構築

松本 拓史^{*1} 遠藤 操^{*1}

^{*1} 社会経済研究所 主任研究員

背景

卸電力市場のボラティリティ上昇を背景に、電気事業者によるリスクヘッジの必要性が強く認識され、先物取引や先渡取引、様々な期間や時間粒度での相対契約のニーズが高まっている。これらの適正価格を計算するためには、細かい時間粒度での精緻なフォワードカーブ（FC）が必要となることから、わが国の電力市場取引実務に向けた扱いやすいFCの構築手法が求められている。

目的

合理的なFCの要件を満たしつつ、既往手法よりも誤差が小さくなるFCの構築手法を提案する。特に、既往手法では、先物価格が極端に高騰した場合に、計算されるFCが不自然に「うねる」欠点を持つことが最近の研究で明らかにされていることに鑑み、この欠点を改善する頑健かつ精緻なFCモデルを構築する。また、東京商品取引所（TOCOM）の先物市場の取引実務に向け、表計算ソフトによる計算ロジック作成のための基礎的考え方を整理する。これに基づき計算されたFCは、相対契約の評価やデリバティブのプライシング等、様々な電力市場取引実務への活用が期待される。

主な成果

1. 新たなFC構築手法の提案

電力FCは、「先物価格が該当期間のFC平均価格に一致すること」（アービトラージフリー条件）や「滑らかな連続性」などの条件を満たす必要があることが先行研究で整理されている。これらの条件を満たす代表的な既往手法では、先物価格が高騰した場合に、FCの当てはまりが顕著に悪化する問題が指摘されている。そこで、近年わが国でも多発している価格高騰が生じた場合にも当てはまりが悪化しないような、新たな「スムージングモデル」を開発した他、更なる予測誤差の改善に向けて、外生変数の扱い方を変化させた「価格パターンモデル」も複数構築して比較検証を行った（図1～図3）。

2. 実証分析1) 提案手法による予測誤差の改善（価格パターンモデル間比較）

休日の価格低下効果を年間一定ではなく、年の周期性を持たせることで、平日・休日の価格差が季節別に滑らかに変化するFCを推定し（図4）、予測誤差を改善した。これに加え、気温感応度や経年変化の季節性などをモデルに組み込むことでも、当てはまりを改善できることを示した（表1）。

3. 実証分析2) 提案手法による「うねり」の抑制（スムージングモデル間比較）

提案手法から得られるFCは、価格高騰時に発生する「うねり」の課題を抑制しつつ（図5）、当てはまりを大幅に改善できることを示した（表2）。

今後の展開

欧州エネルギー取引所（EEX）日本電力先物市場のようなカスケードリングが採用された先物市場への適用や、30分粒度での精度評価、実務での利用に向けた表計算ロジックの作成、利用データの選定及び回帰式の精緻化、天気予報を用いた短期の精度向上等、モデルの更なる改善が挙げられる。

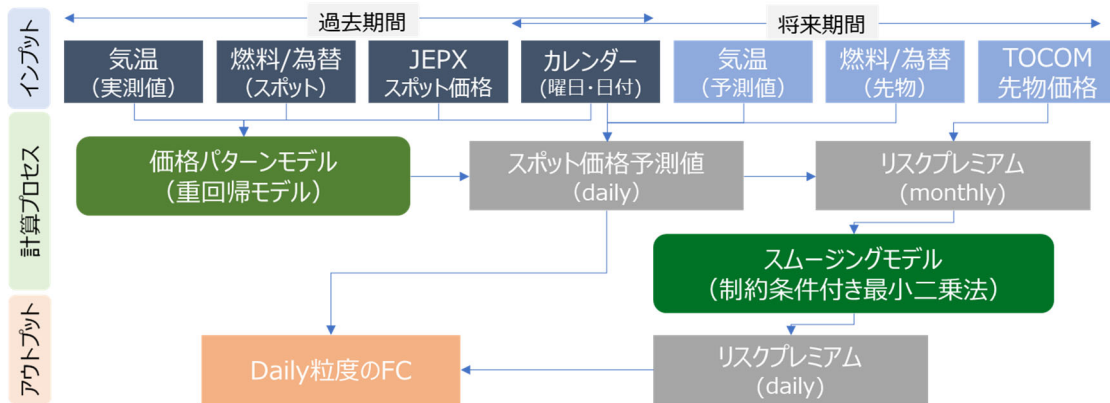


図1 FCモデルの全体像

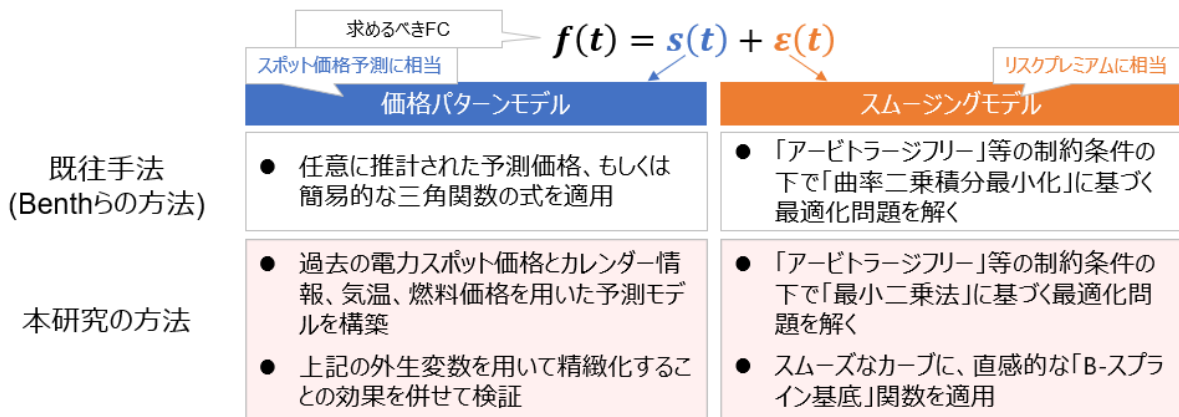


図2 2段階のFCモデル (既往手法との比較)

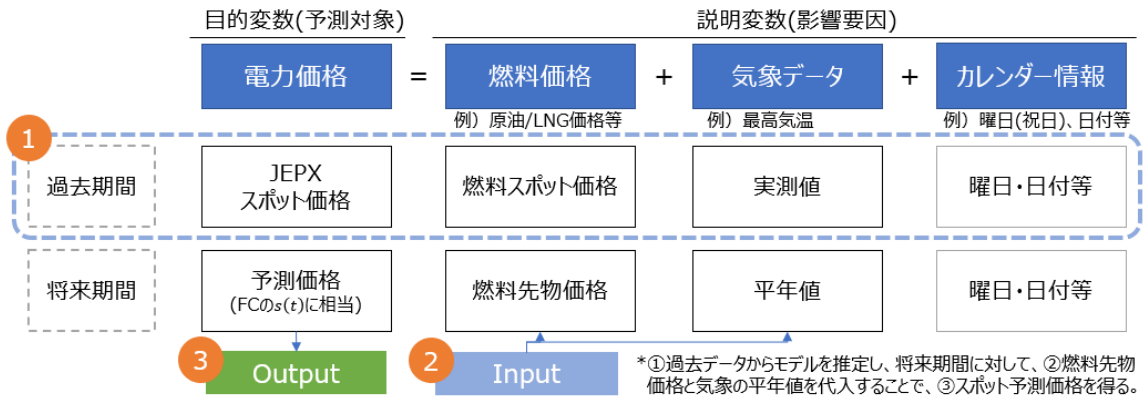


図3 価格パターンモデルの全体像

表1 価格パターンモデルの二乗誤差の比較

FC計算時点	二乗誤差							
	東エリア				西エリア			
	M1	M2	M3	M4	M1	M2	M3	M4
2019-09-27	0.1757	0.1744	0.1733	0.1733	0.2479	0.2461	0.2432	0.2428
2019-10-30	0.2234	0.2243	0.2232	0.2232	0.2875	0.2879	0.2850	0.2850
2019-11-28	0.2690	0.2690	0.2671	0.2672	0.3141	0.3139	0.3113	0.3110
2019-12-26	0.3611	0.3594	0.3579	0.3583	0.4332	0.4336	0.4330	0.4330
2020-01-30	0.7667	0.7679	0.7674	0.7671	0.7650	0.7652	0.7643	0.7641
2020-02-27	0.7687	0.7685	0.7680	0.7678	0.7594	0.7592	0.7582	0.7582
2020-03-30	0.7878	0.7877	0.7872	0.7870	0.7788	0.7789	0.7779	0.7777
2020-04-27	0.7940	0.7940	0.7934	0.7932	0.7828	0.7827	0.7817	0.7816
2020-05-28	0.7851	0.7851	0.7845	0.7843	0.7707	0.7708	0.7698	0.7697
2020-06-29	0.7770	0.7771	0.7764	0.7762	0.7632	0.7633	0.7623	0.7622
2020-07-30	0.7742	0.7742	0.7735	0.7733	0.7556	0.7556	0.7547	0.7546
2020-08-28	0.7702	0.7703	0.7698	0.7696	0.7532	0.7534	0.7528	0.7526
平均	0.6044	0.6043	0.6035	0.6034	0.6176	0.6176	0.6162	0.6160

- * 燃料価格・季節性・休日効果のみを用いた基本モデル(M1)に対し、経年変化の季節性を加味したものがM2、曜日効果の季節性を加味したものがM3、気温感応度の効果を加味したものがM4。
 * エリア・日付(FC計算時点:月末)別に、4つのモデルを比較し、最も誤差の小さいものを太字(及び赤色のグラデーション)で表示している。

表2 スムージングモデルの二乗誤差の比較

FC計算時点	二乗誤差					
	東エリア			西エリア		
	既往	提案	相対誤差	既往	提案	相対誤差
2021-01-04	0.6315	0.6302	-0.2%	0.6296	0.6276	-0.3%
2021-01-05	0.6474	0.6440	-0.5%	0.6343	0.6316	-0.4%
2021-01-06	0.3449	0.3468	0.5%	0.5052	0.5043	-0.2%
2021-01-07	0.3697	0.3670	-0.7%	0.5352	0.5324	-0.5%
2021-01-08	0.2982	0.2943	-1.3%	0.5518	0.5466	-0.9%
2021-01-11	0.4150	0.3668	-11.6%	0.4403	0.3968	-9.9%
2021-01-12	0.8354	0.7911	-5.3%	0.9208	0.8757	-4.9%
2021-01-13	1.1308	1.0758	-4.9%	1.1282	1.0816	-4.1%
2021-01-14	1.3481	1.2889	-4.4%	1.4397	1.3781	-4.3%
2021-01-15	1.3735	1.3015	-5.2%	1.5428	1.4774	-4.2%
2021-01-19	1.8546	1.6712	-9.9%	2.8831	2.7311	-5.3%
2021-01-20	2.2559	2.0387	-9.6%	3.7664	3.5942	-4.6%
2021-01-21	2.7739	2.4844	-10.4%	3.0838	2.9620	-4.0%
2021-01-22	3.9480	3.5941	-9.0%	2.3679	2.3482	-0.8%
2021-01-25	3.9915	3.5597	-10.8%	3.0851	2.9036	-5.9%
2021-01-26	2.1227	1.4493	-31.7%	1.9145	1.3487	-29.6%
2021-01-27	1.8134	1.1816	-34.8%	1.5904	1.0560	-33.6%
2021-01-28	1.5156	0.9116	-39.9%	1.5512	0.9633	-37.9%
平均	1.5372	1.3332	-10.5%	1.5872	1.4422	-8.4%

- * エリア・日付別に、既往手法(Benthらの手法)と提案手法の2つのモデルを比較し、誤差の小さいものを太字(赤セル)で表示している。「相対誤差」は提案手法の既往手法に対する相対的な誤差を示す。

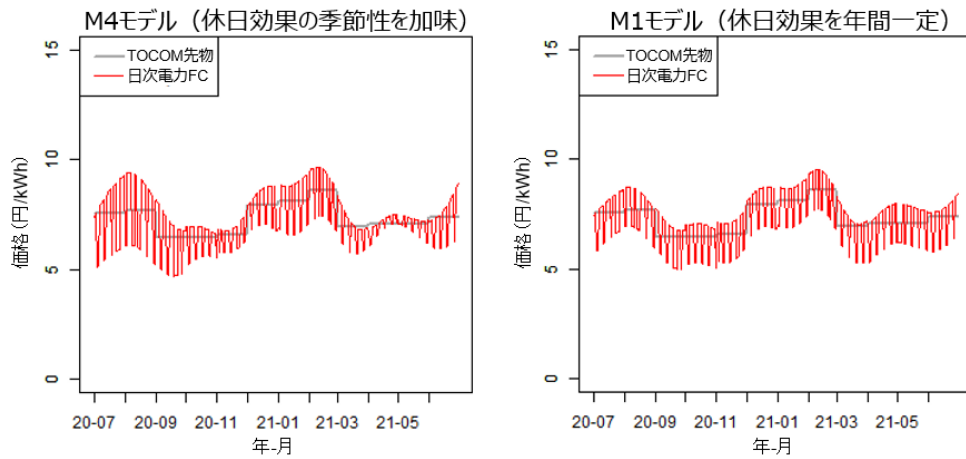


図4 価格パターンモデルのカーブ形状比較

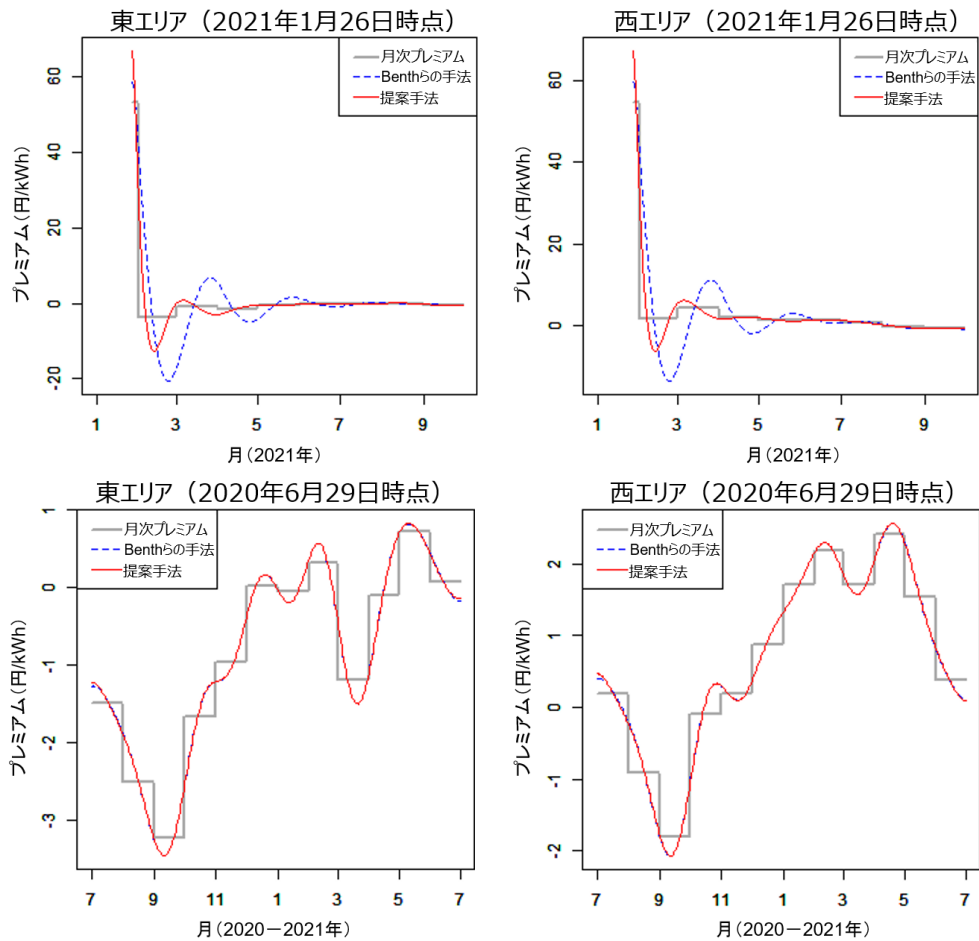


図5 スムージングモデルのカーブ形状比較（上段：価格高騰時／下段：通常時）

関連報告書：

[1]Y20004 「わが国の電力先物市場におけるリスクプレミアムの実証分析」(2021.03)

IR

CRIEPI

**Central Research Institute of
Electric Power Industry**

わが国の電力市場取引実務に向けた フォワードカーブの構築

電力中央研究所 社会経済研究所
主任研究員 松本拓史 遠藤操

研究資料

2022年2月

RI 電力中央研究所

© CRIEPI 2022

1

RI 電力中央研究所

目次

1. 背景と目的	P. 3
2. FCの要件と先行研究	P. 5
3. 市場データの概要	P. 10
4. FCモデルの概要	P. 15
5. 実証分析	P. 23
6. モデルの応用 –30分粒度への展開–	P. 34
7. まとめ	P. 37
付録	P. 39

1. 背景と目的

背景と目的

◆背景

卸電力市場のボラティリティ上昇を背景に、電気事業者によるリスクヘッジの必要性が強く認識され、先物取引や先渡し取引、様々な期間や時間粒度での相対契約のニーズが高まっている。これらの適正価格を計算するためには、細かい時間粒度での精緻なフォワードカーブ (FC) が必要となることから、わが国の電力市場取引実務に向けた扱いやすいFCの構築手法が求められている。

◆目的

- 合理的なFCの要件を満たしつつ、既往手法よりも誤差が小さくなるFCの構築手法を提案する。特に、既往手法では、先物価格が極端に高騰した場合に、計算されるFCが不自然に「うねる」欠点を持つことが最近の研究で明らかにされていることに鑑み、この欠点を改善する頑健かつ精緻なFCモデルを構築する。
- また、東京商品取引所 (TOCOM) の先物市場の取引実務に向け、表計算ソフトによる計算ロジック作成のための基礎的考え方を整理する。
- これに基づき計算されたFCは、相対契約の評価やデリバティブのプライシング等、様々な電力市場取引実務への活用が期待される。

2. FCの要件と先行研究

電力FCとは

- ◆ FCとは、ある時刻に市場で観察される先物価格について、補間作業を行うことにより、均一的間隔の価格として計算されるものであり、満期の関数^{注1}として定義される (Geman, 2005; Eydeland, and Wolyniec, 2002)。 注1：受渡時点を横軸にとり、その上に描かれる価格の関数（イメージはP.8参照）
- ◆ このように、市場の先物価格を補間した関数であるという性質上、電力FCは、「**現時点における、将来時点の受渡電力に対する（市場参加者が合意するであろう）価格**」を意味しており、この点において、スポット価格の予測価格とは性質を異にする（下表参照）^{注2}。
- ◆ また、電力FCは、1か月等の粒度を持つ先物（先渡）価格に基づいて、スポット価格と同じ粒度（わが国の市場の場合は30分単位）に分解されたものであるため、**様々な期間や粒度を持つ受渡契約の評価やポジションの時価評価等**に利用することが可能となる。

FC	将来予測
● 市場参加者が現時点において、購入と受渡をコミットできるとする価格の期間構造	● 可能な限り正確な将来のスポット価格の予測
● 現在のスポット価格とそのダイナミクス、将来のスポット価格とリスク回避度を包含した市場価格	● 将来の需給、規制、技術的、社会的潮流の分析に基づいている
● マーケットは常に正しい（事実）に依拠する	● 予測は間違っていることがある（前提条件に依存する） ^{注3}
● ポジションの時価評価や精算価値の計算に利用しなければならない	● ポジションの時価評価に利用すべきではない

Geman, H. (2005). *Commodities and commodity derivatives: modeling and pricing for agriculturals, metals and energy*. John Wiley & Sons. (邦訳：エリエット・ジュマン(2007)「コモディティファイナンス」日経BP社。P.372の表11.3を加筆修正)

注2：FCは、将来予測値にリスクプレミアムを加算したものと解釈される (P.17)。／注3：FCと将来予測値の差分であるリスクプレミアムも前提条件に依存する。

電力FCの計算モデルの必要性と用途

- ◆ 電力FCの計算モデルが必要であることは、次のような理由による。
 - 細かい時間粒度 (例えば30分単位) の先物商品は、流動的な取引が見込まれないため、通常、先物市場には上場されていない (つまり、細かい時間粒度の先物価格は市場では観測されない)注。
 - 電力は、貯蔵困難性といった商品特性上、時刻毎に本質的に異なる商品であるといえる。しかし、流動性や取引費用の課題があるため、電力先物は、通常、一定の期間をまとめた粒度の粗い商品として上場されている。

注: TOCOMの電力先物はすべて月次粒度 (P.40参照)である。欧州エネルギー取引所 (EEX) では、期先になるほど粒度が粗く (例えば、年間物、半年物、四半期物)、それらが期近になると小口分割される (例えば、月間物) といった「カスケード」呼ばれる制度が採用されている。
 - 他方、取引契約の値決めやリスク管理等の電力取引実務 (下図参照) では、様々な期間や時間帯粒度をもつ契約・ポジションの時価評価が必要であり、そのためには、細かい時間粒度の先物価格 (FC) が不可欠である。
 - つまり、市場で観測される粒度の粗い先物価格を所与として、それらを合理的な要件 (次頁で詳述) を満たすように、細かい粒度に分解するような計算モデルが必要となる。

電力取引実務における電力FCの主な用途

分類	電力FCの用途 (利用事例)
プライシング	<ul style="list-style-type: none"> ● 相対契約、先物/先渡取引、各種デリバティブ取引 (スイングオプション等) の値決め ● 管理会計における社内取引価格 (発電・小売部門間) の決定
ポートフォリオ管理	<ul style="list-style-type: none"> ● 発電所の稼働計画、電力の調達計画の策定
リスク管理	<ul style="list-style-type: none"> ● 保有ポジションの時価評価 (日次損益計算書の作成)、リスク量の把握 (ヘッジ取引判断)

出所) 東京商品取引所 (2016) をもとに作成

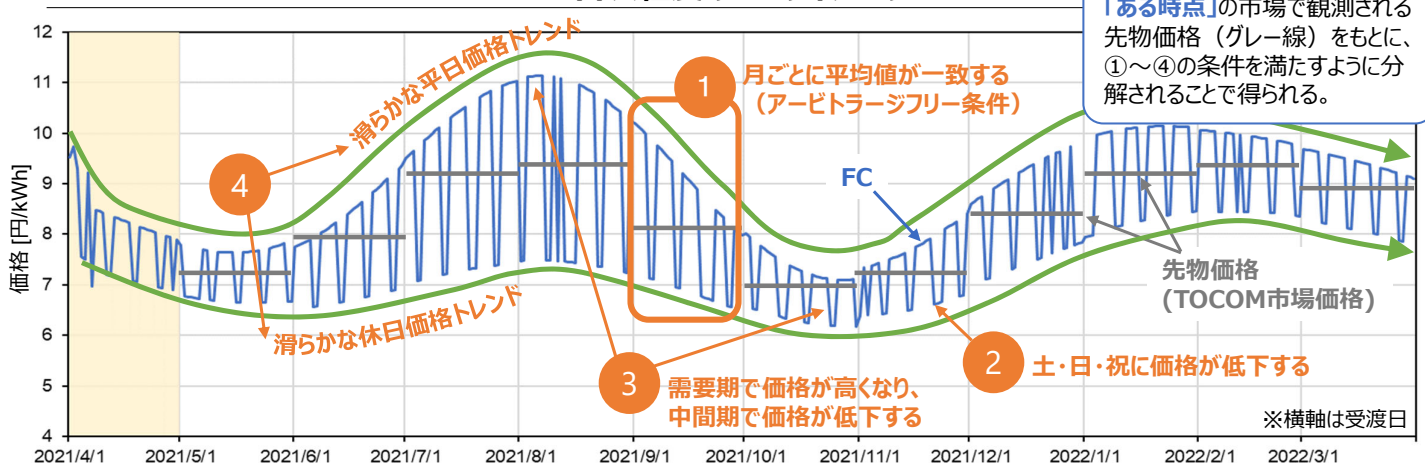
電力FCの要件

- ◆ 細かい時間粒度の電力FCが満たすべき要件 (“must”条件) として、Hildmann et al. (2013) は以下の項目を挙げている。注

- ① アービトラージフリー条件を満たす (各先物価格が該当期間のFCの平均価格に一致すること)
- ② 休日のパターンを持つ
- ③ 季節性を持つ
- ④ 滑らかな連続性をもつ

注: 同研究では、このほかの“must”要件として「過去の極端なイベントからの独立」を挙げているが、本研究のように (5節「実証分析」参照)、過去の異常値を取り除くなど、モデル構築の外で対応可能な論点でもある。

日次粒度のFCのイメージ



参考文献) Hildmann, M., Andersson, G., Caro, G., Daly, D., & Rossi, S. (2013). What Makes a Good Hourly Price Forward Curve?. In 2013 10th International Conference on the European Energy Market (EEM) (pp. 1-7). IEEE.

先行研究

- ◆ これまでに様々な電力FCの構築手法が提案されてきたが、それぞれに利点と欠点があり、「最良のモデル」に関する統一的理解はない。

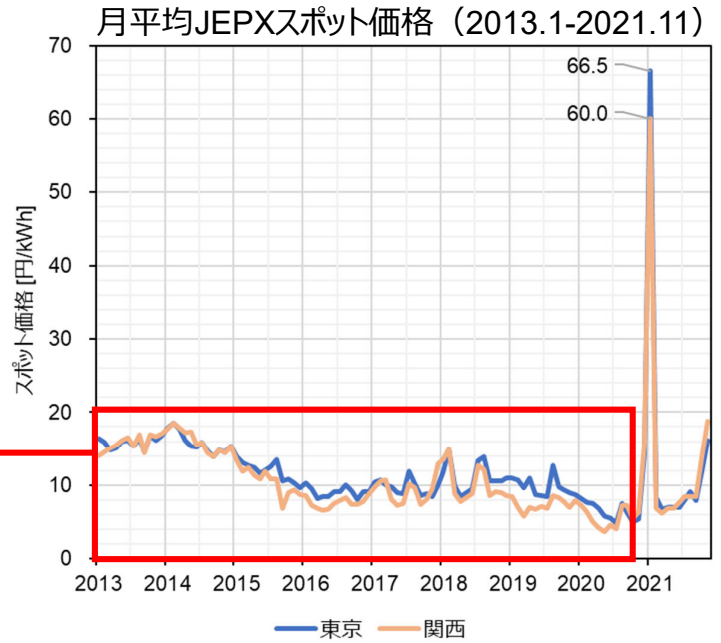
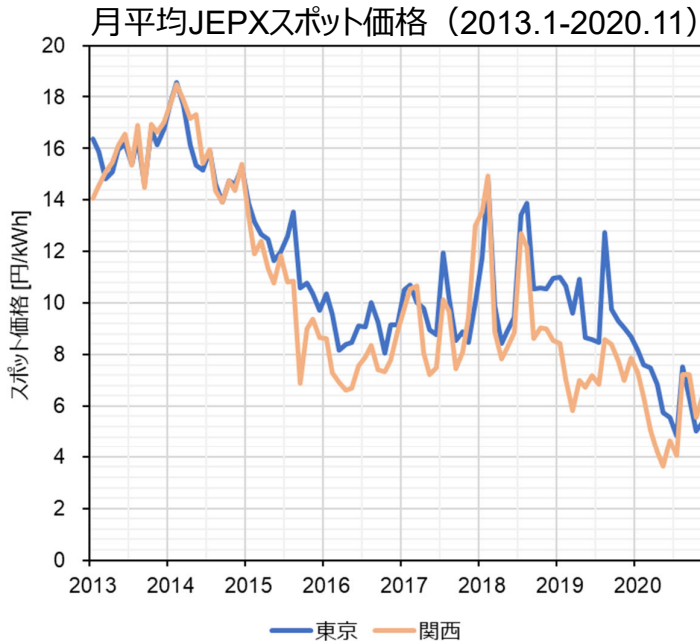
先行研究		モデル・最適化手法	利点	欠点
1	Fleten and Lemming (2003)	<ul style="list-style-type: none"> 基底関数を不使用 [残差平方和 + $\lambda \times$ 曲率二乗積分]の最小化 	<ul style="list-style-type: none"> λの選び方によって、柔軟にFCの形状を変更可能 	<ul style="list-style-type: none"> λの選定方法に恣意性が介入する 滑らかさに保証がない
2	Borak and Weron (2008)	<ul style="list-style-type: none"> 3次のB-スプライン基底 最小二乗法に基づくファクターモデル 	<ul style="list-style-type: none"> 先物価格のみを用いた簡易的なモデル 	<ul style="list-style-type: none"> アービトラージフリー条件を考慮していない。 短期的な価格パターンがモデル化できない
3	Benth et al. (2007)	<ul style="list-style-type: none"> 4次の区分多項式基底 曲率二乗積分の最小化 	<ul style="list-style-type: none"> 直感的であり、電力FCの計算方法として広く認知 	<ul style="list-style-type: none"> 実装手順がやや煩雑 価格高騰に対し、極端な「うねり」が生じる
4	Caldana et al. (2017)	<ul style="list-style-type: none"> 単調凸スプライン (monotone convex spline) (Hagan and West, 2006) を使用 	<ul style="list-style-type: none"> 局所的な価格高騰の影響を受けにくい 	<ul style="list-style-type: none"> 実装手順がやや煩雑 連続だが滑らかではない
5	Kiesel et al. (2019)	<ul style="list-style-type: none"> フーリエ級数展開の考え方に基づく三角関数の基底 最小二乗法 	<ul style="list-style-type: none"> 局所的な価格高騰の影響を受けにくい 	<ul style="list-style-type: none"> 実装手順がやや煩雑 フーリエ級数展開特有の、短期的な「うねり」が生じる

→ これらの手法の欠点を補うような、先述の「要件」を満たす簡易的なモデルを開発する。

3. 市場データの概要

JEPXスポット価格の推移

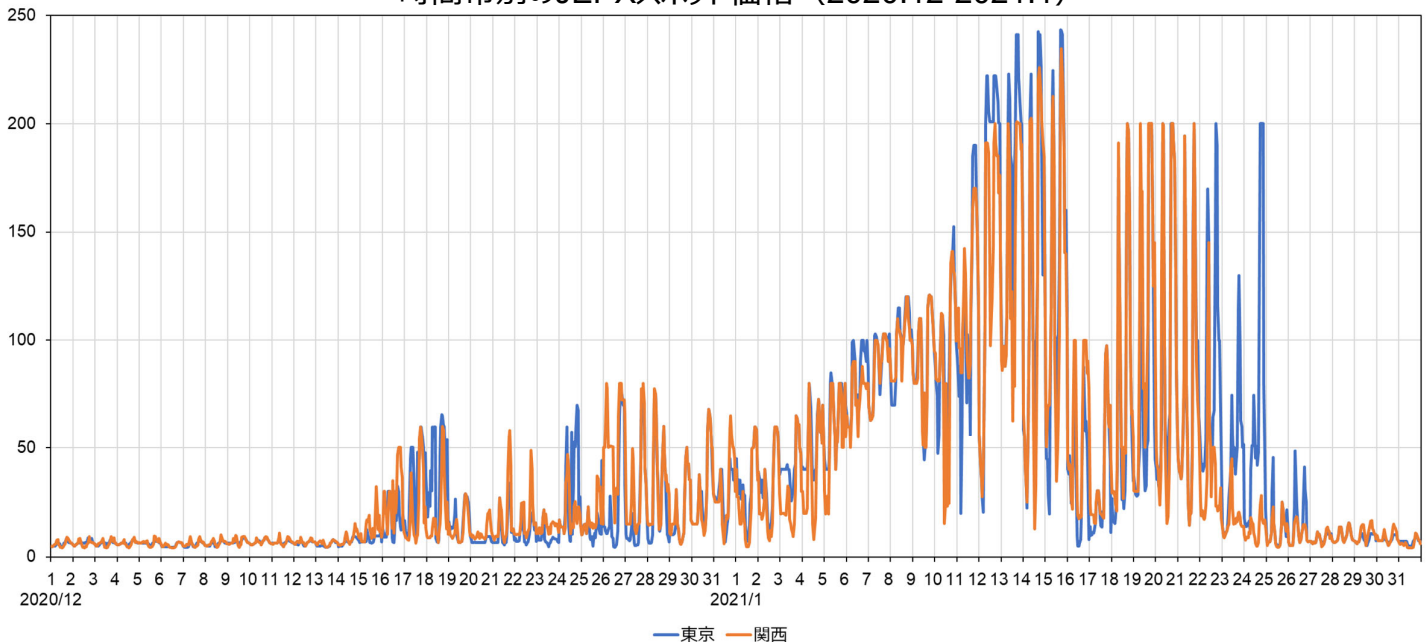
- ◆ JEPXスポット価格は、年々月平均価格の変動幅が拡大してきている。
- ◆ 2021年1月には、過去にない水準の価格高騰（東京・関西エリアともに月平均で60円/kWh以上）が発生した。



(参考) 2021年1月の価格高騰

- ◆ JEPXスポット価格は、2020年12月中旬以降、2021年1月にかけて平時よりも高い価格で推移。
- ◆ 2021年1月に入って価格高騰は加速し、6日に100円/kWh以上(東京エリア)、12日に200円/kWh以上(東京・関西エリア)の時間帯が現れ、この価格水準は、以降、2週間程度に亘って継続した。

時間帯別のJEPXスポット価格（2020.12-2021.1）

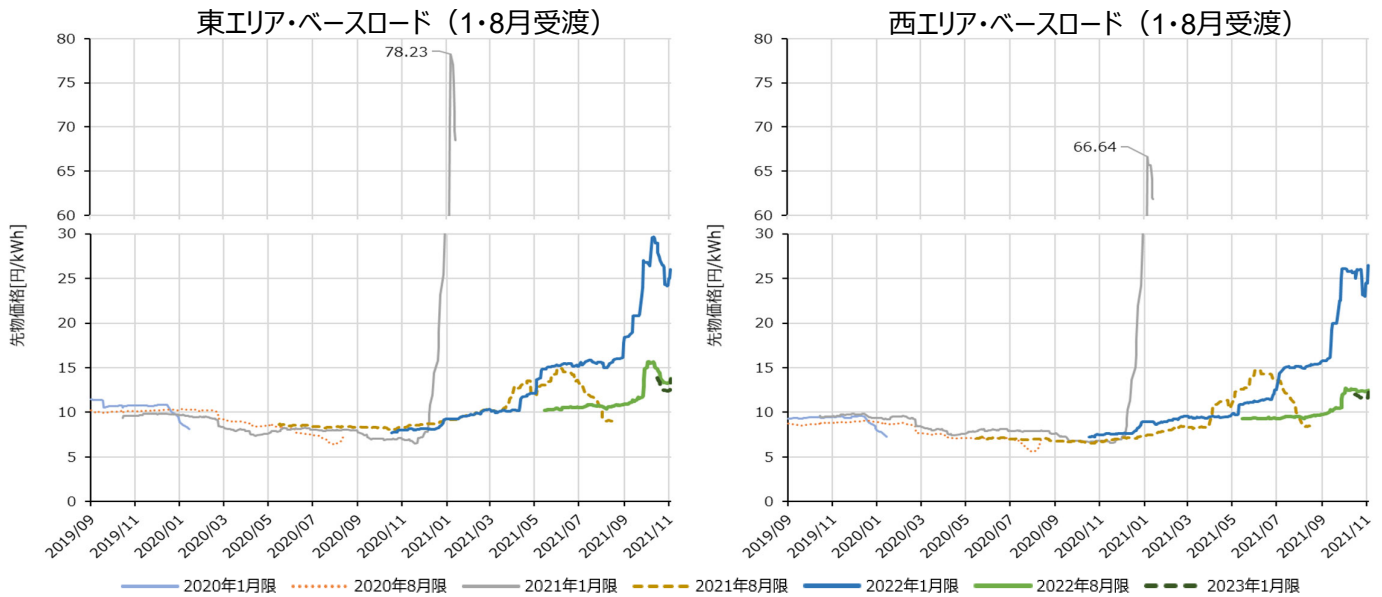


TOCOM先物価格の推移 (受渡月別)

◆ 横軸を日次粒度の時間として、限月ごとの先物価格の推移をプロットすると下図の通り^{注1}。

- 2021年1月受渡のTOCOM先物価格は、2020年12月頃から価格が上昇し、2021年1月半ばに、東エリアで78.2円/kWh、西エリアで66.6円/kWhを記録した。

注1: 先物価格は、各商品ともに満期が近づくにつれてボラティリティが拡大する（つまり、直近の限月ほど価格変動が大きくなる）傾向がある。このような現象は、サミュエルソン効果と呼ばれ他市場でも見られるが、エネルギー市場で特に顕著とされる (Eydeland and Wolyniec, 2002)。



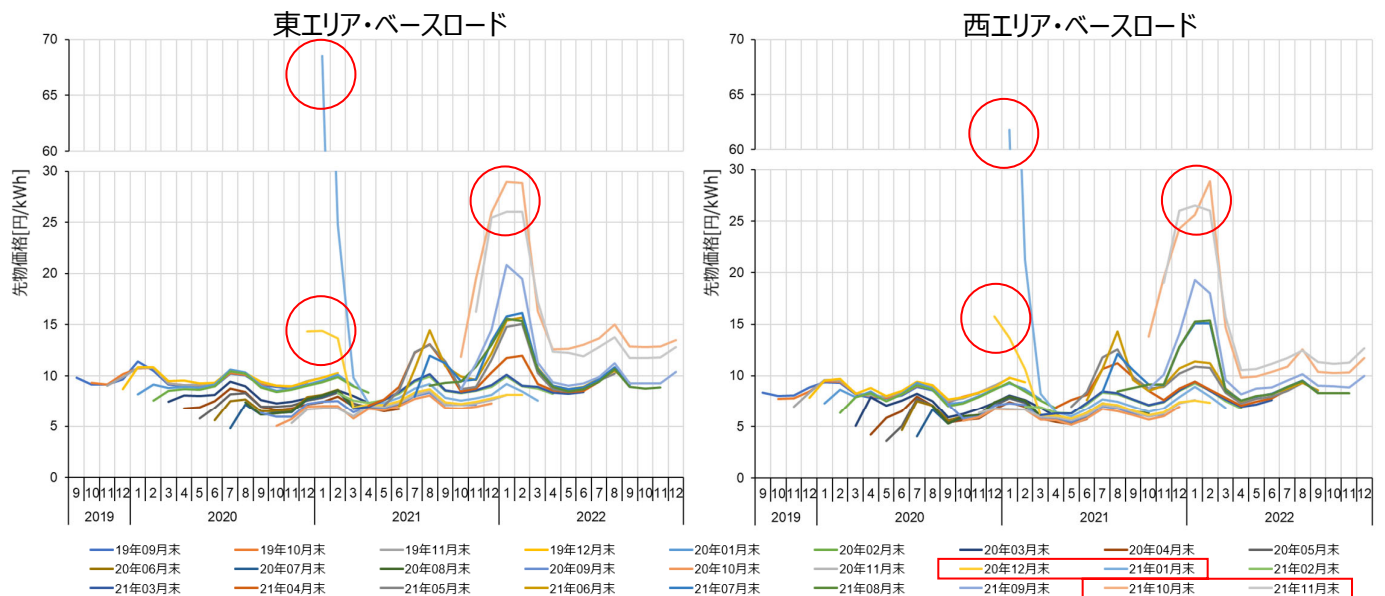
注2: 横軸は取引日。1本1本の曲線は、受渡月 (先物商品) 別の先物価格の推移を表している。

TOCOM先物価格の推移 (取引時点別)

◆ 横軸を月次粒度の時間とし、各月末におけるTOCOMのFCを重ねてプロットすると下図の通り。

- 足元のスポット価格が高騰した時に、直近限月 (特に需要期) の価格が高騰する傾向^{注1}が見られる。

注1: 凡例赤枠時点の先物価格 (図中の赤丸)。2021年10月以降もスポット価格が高騰した (図は省略) が、それに影響を受けて直近の需要期 (2021年12月-2022年2月) の先物価格も高騰しているのが分かる (なお、当該期間は本研究の実証分析の対象外)。

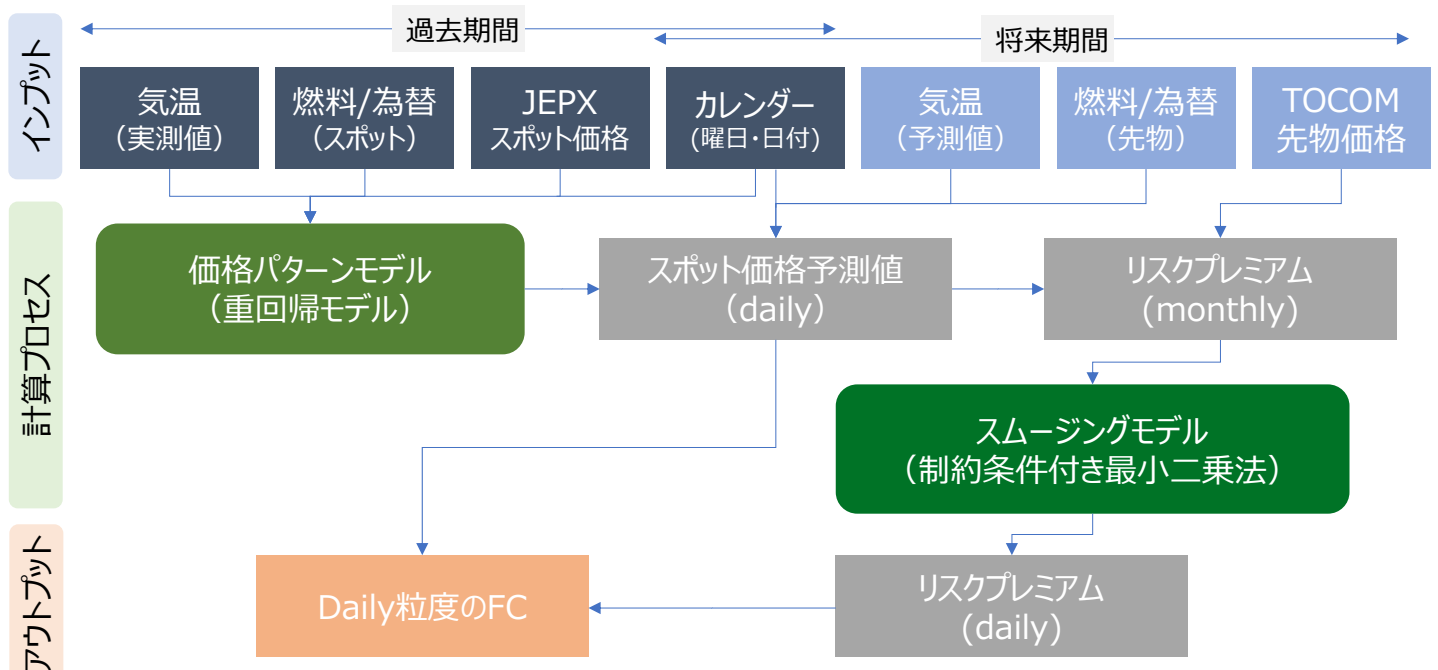


注2: 横軸は受渡月。1本1本の曲線は、取引時点別の先物価格 (月次粒度の電力FC) を表している。

4. FCモデルの概要

FCモデルの全体像

- ◆ 本研究で構築するFCモデルは、気温等の外生変数を用いた重回帰モデル（「価格パターンモデル」）と、FCの滑らかな連続性を保証するための「スムージングモデル」の2段階のモデルから構成される。
 - インプットデータ、計算プロセス、アウトプットされるFC等の全体的な計算の流れは下図の通り。



注：ここでは日次粒度のFCの計算フローを表示している。

FCモデルの前提条件 (既往研究との共通部分)

- ◆ 本研究のベースとなる既往のFC構築手法 (Benth et al., 2007) との共通の前提条件は次の通り。
 - 市場で観測されるm個の先物価格について、それらのはじめと最後の日付の組み合わせリストを次のような Φ として定義する。

$$\Phi = \{(T_1^s, T_1^e), (T_2^s, T_2^e), \dots, (T_m^s, T_m^e)\} \quad (1)$$

- 上記の期間に対応して観測されるm個の先物価格を $F_l(T_l^s, T_l^e), l \in \{1, \dots, m\}$ 、求めるFC (粒度は日次でも1時間単位でもよい) を $f(t)$ とすると、両者には、(任意の l に対して) 次のような関係性が必要となる (アービトラージフリー条件)。

$$F_l(T_l^s, T_l^e) = \frac{1}{T_l^e - T_l^s} \int_{T_l^s}^{T_l^e} f(t) dt \quad (2)$$

- 求めるFC $f(t)$ (定義域は $t \in [t_0, t_n], t_0 = \min T_l^s, t_n = \max T_l^e$) は、次のように**季節・曜日トレンド (価格パターン予測) $s(t)$** と、それとの**乖離 $\varepsilon(t)$** に分解されるとする。

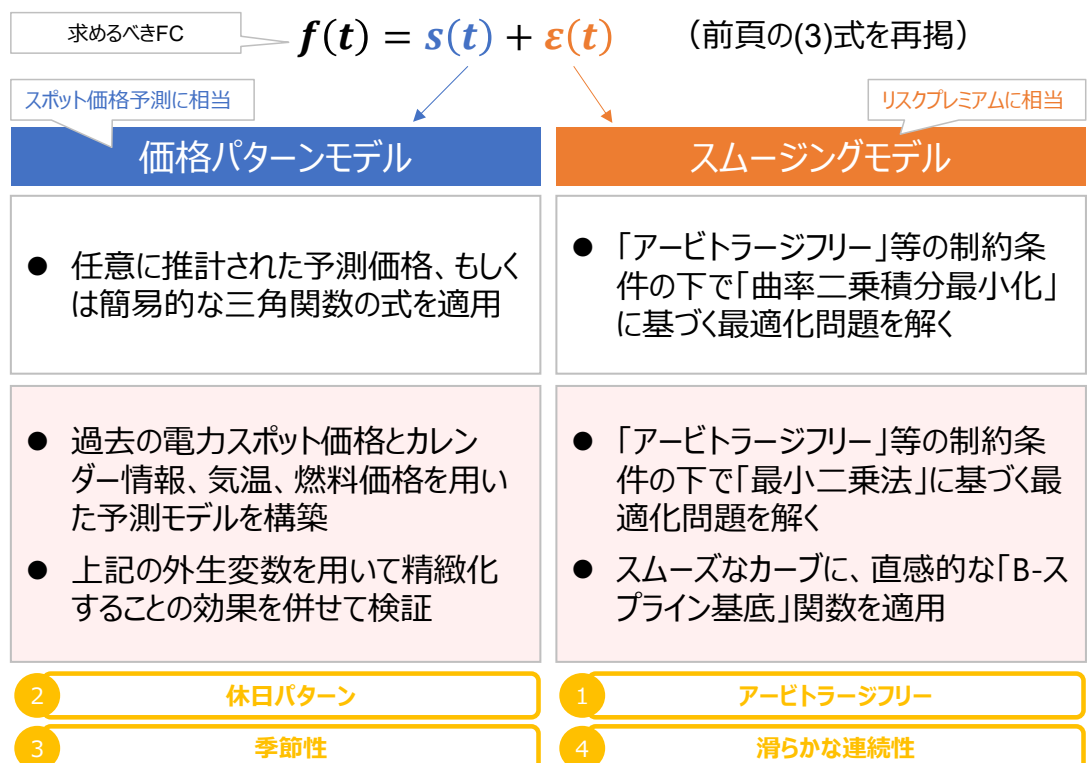
$$f(t) = s(t) + \varepsilon(t) \quad (3)$$

- ここでの $\varepsilon(t)$ は、**リスクプレミアムに相当する**ものと解釈され、終端で変化が0であるとの想定の下、以下の制約条件が設定される (Benthらの手法による以降の $f(t)$ の計算方法は付録を参照)。

$$\varepsilon'(t_n) = 0 \quad (4)$$

2段階のFCモデル (先行研究との比較)

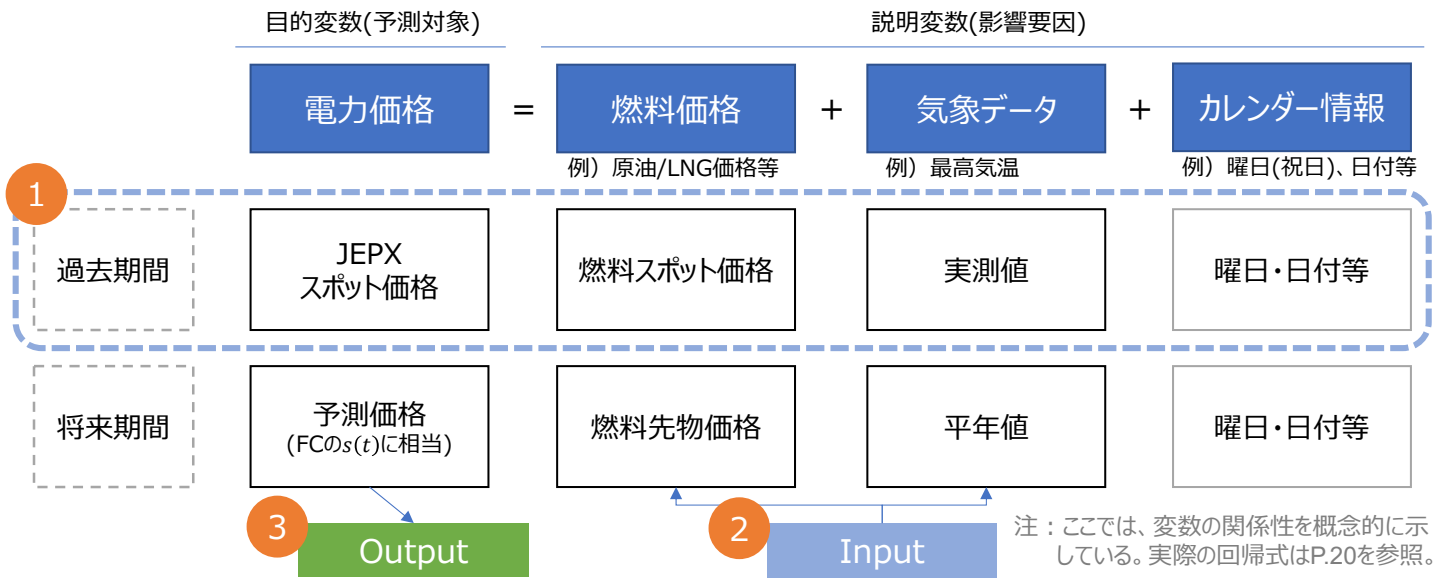
- ◆ 前頁の前提条件を踏まえ、本研究では以下のような2段階のFCモデルを構築する。



価格パターンモデルの全体像

- ◆ 価格パターンモデルは、燃料価格、気象データ、及びカレンダー情報からなる重回帰モデルにより作成する。
 - ①過去期間において、JEPXスポット価格に対して、燃料スポット価格、気象実測値を用いてモデルを推定。
 - 将来期間に対しては、②燃料先物と気象の平年値を代入し、③スポット予測価格を得る。

注：モデル構造は松本・遠藤 (2021) と同様。本研究では、燃料価格にはLNGスポット(JKM)を、気象データには最高気温を用いる。



参考文献) 松本拓史, 遠藤操 (2021). わが国の電力先物におけるリスクプレミアムの実証分析. 電力中央研究所研究報告 Y20004.

価格パターンモデルの回帰式

- ◆ 休日パターン(曜日効果)の季節性、(季節性を伴う)気温感応度や経年変化を含めることによるモデルの改善効果を検証するため、以下のM1～M4モデルを構築する。
 - 燃料価格・季節性・曜日効果のみで構成される基本モデル(M1)に対し、季節性をともなう経年変化 $f_2(t)Period_t$ を加味したものがM2、曜日効果の季節性 $f_3(t)Holiday_t$ を加味したモデルがM3、季節性を伴う気温感応度の効果 $f_4(t)Temp_t$ を加味したモデルがM4である。 対応するFC要件(P.8) :

本研究で比較を行う価格パターンモデル

M1:	$S_t = \beta \cdot JKM_t + f_1(t)$	+	$Holiday_t$	+	ε_t
M2:	$S_t = \beta \cdot JKM_t + f_1(t) + f_2(t)Period_t$	+	$Holiday_t$	+	ε_t
M3:	$S_t = \beta \cdot JKM_t + f_1(t) + f_2(t)Period_t$	+	$f_3(t)Holiday_t$	+	ε_t
M4:	$S_t = \beta \cdot JKM_t + f_1(t) + f_2(t)Period_t$	+	$f_3(t)Holiday_t + f_4(t)Temp_t$	+	ε_t

注1: S_t は電力スポット価格、 JKM_t はJKM(LNGスポット)価格 (β は推定されるJKM感応度)、 $Holiday_t$ は休日で1(平日は0)となるダミー変数、 $Temp_t$ は気温実測値、 $Period_t$ は始点からの経過日数(年で正規化)とし、それぞれ第 t 日の値とする。なお、気温実測値については、本研究では、松本・遠藤 (2021)、Matsumoto and Endo (2021) と同様に、季節性トレンド(平年値に相当)を除去した値を用いるが、実測値をそのまま用いても実質的には変わらない。

注2: $f_i(t)$ は1年周期の関数であり、次式で定義する(ただし、 $Seasonal_t (= 1, \dots, 365 \text{ (or } 366))$ は、1月1日から12月31日まで順番に割り当てたダミー変数。 J_i は $i = 1$ の時3、それ以外で2とする)。

$$f_i(t) = \alpha_i + \sum_{j=1}^{J_i} \left(s_{i,j} \sin \frac{2\pi j \times Seasonal_t}{365.25} + c_{i,j} \cos \frac{2\pi j \times Seasonal_t}{365.25} \right)$$

スムージングモデルの構造

- ◆ 前述の通り、本研究では、 $\varepsilon(t)$ の推定方法には「最小二乗法」のアプローチを採用する。
 - まず、事前準備として、次のような式を満たす階段関数 $F(t), t \in [t_0, t_n]$ を求めることを考える。

$$F_l(T_l^s, T_l^e) = \frac{1}{T_l^e - T_l^s} \int_{T_l^s}^{T_l^e} F(t) dt, \quad \text{where } F(t) = F_k \quad (5)$$

- ここで F_k は、定義域 $t \in [t_{k-1}, t_k]$ で一定値（但し、 $k = n$ の定義域は $t \in [t_{k-1}, t_k]$ ）とする。このような階段関数 $F(t)$ に対するFCの**アービトラージフリー条件**は、次のような式で表される。

対応するFC要件(P.8) :

1 アービトラージフリー

階段関数の価格 F_k は、FC $f(t)$ の期間平均値に一致

$$F_k = \frac{1}{t_k - t_{k-1}} \int_{t_{k-1}}^{t_k} f(t) dt, \quad \forall k \in \{1, \dots, n\} \quad (6)$$

- なお、月次粒度のTOCOM先物^{注1}を対象とする本研究では、求める階段関数 $F(t)$ は、単純に先物価格 $F_l(T_l^s, T_l^e)$ を期近限月から順番に並べた関数となる^{注2}。

注1：商品概要は付録P.40参照。

注2：「カスケードリング」を採用する先物市場では、異なる商品間に重複期間が存在し得る。この場合の $F(t)$ の求め方は、Matsumoto and Endo(2022)を参照。

スムージングモデルの構造 (続き)

- 次に、リスクプレミアムに対応する階段関数 $\overline{\varepsilon}(t)$ を以下の式によって定義する^注。

$$\overline{\varepsilon}(t) = \varepsilon_k, \quad \text{where} \quad (7)$$

$$\varepsilon_k = F_k - \frac{1}{t_k - t_{k-1}} \int_{t_{k-1}}^{t_k} s(t) dt = \frac{1}{t_k - t_{k-1}} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \varepsilon(t) dt$$

- ただし、 $s(t)$ は「価格パターンモデル」から得るスポット価格予測値。 ε_k の定義域は F_k と同様である。
- 本研究ではFCの頑健性を確保するため、 $\varepsilon(t)$ の始点の傾きも0と想定し、以下の条件を加える。

$$\varepsilon'(t_0) = 0 \quad (8)$$

- 本研究で最適化する $\varepsilon(t)$ は、以下の式から求められる。ただし、 \mathcal{S}_B は $\{t_0, \dots, t_n\}$ をノットとする4次のBスプライン関数（**滑らかな連続**な区分多項式）全体の集合（付録P.42,43参照）。

対応するFC要件(P.8) :

4 滑らかな連続性

Bスプラインを用いることで、「滑らかな連続性」の条件が確保される

最小二乗法のアルゴリズムを用いていることにより、求めるFC（そのリスクプレミアム $\varepsilon(t)$ ）が、先物価格（それに基づくリスクプレミアムの階段関数 $\overline{\varepsilon}(t)$ ）から大きく乖離するようなことは起こりにくい

$$\min_{\varepsilon(t) \in \mathcal{S}_B} \sum_{t=t_0}^{t_n} \{\varepsilon(t) - \overline{\varepsilon}(t)\}^2, \quad \text{subject to (4),(7) and (8)} \quad (9)$$

注： ε_k の式は、(6)式の条件を用いて導かれる： $\varepsilon_k = F_k - \frac{1}{t_k - t_{k-1}} \int_{t_{k-1}}^{t_k} s(t) dt = \frac{1}{t_k - t_{k-1}} \int_{t_{k-1}}^{t_k} [f(t) - s(t)] dt = \frac{1}{t_k - t_{k-1}} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \varepsilon(t) dt$

5. 実証分析

利用データ

実データ

- 電力スポット価格 (円/kWh): JEPXスポット (東京・関西エリア)
- 電力先物価格 (円/kWh): TOCOM先物 (東・西エリア) 注1
- LNGスポット価格 (円/mmBtu) : プラッツJKM
- LNG先物価格 (円/mmBtu) : NYMEXのプラッツJKM先物
- 気温 (°C) : 気象庁の最高気温観測値 (東京・大阪)

注1: 2021年1月観測の同月受渡の電力先物価格については、TOCOMの価格は「値幅制限条項」によって、明らかに異常な価格がついていたことから、代わりにEEXの日本電力先物価格(Refinitive Eikonよりダウンロード)を用いることとする。

利用期間 (FC計算時点)

- **【ケース① : 外生変数の効果を評価するための価格パターンモデル間比較】**
2019年9月～2020年8月までの各月末時点 (TOCOMの先物市場開始直後からの1年間) 注2
注2: 季節性を加味することの効果等を明らかにする目的を踏まえ、(季節による特殊性を排除する理由から) FCの計算時点と、誤差の評価期間 (カーブの長さ) をそれぞれ1年分として設定する。なお、スムージングアルゴリズムは提案手法を用いる。
- **【ケース② : スムージングアルゴリズムのモデル間比較】**
2021年1月の先物価格が観測された全日 (スポット価格や足元の先物価格が大きく高騰した期間) 注3
注3: 既往研究に存在する「うねり」の欠陥がどれだけ改善されたかを評価するため、スポット価格や足元の先物価格が大きく高騰した2021年1月 (の先物価格が観測された全日) に計算されるFCを対象とする。また、FCの“過去の極端なイベントからの独立”要件 (P.8の「注」参照) により、スポット価格がスパイクした2020年12月26日から2021年1月22日までの期間のデータは、 $s(t)$ の推定からは除外する。なお、提案手法・既往手法共に、M4モデルを利用し、同じ実データを用いる。

誤差の測定指標

- ◆ 本研究で計算する誤差の指標は、正規化された二乗誤差 (squared error) と絶対誤差 (absolute error) の両方を用いることとし、それぞれ次式によって定義するものとする。

■ 二乗誤差

$$\text{Squared Error} = \frac{\sum_{i=1}^N (\text{Realized Price } i - \text{Estimated Price } i)^2}{\sum_{i=1}^N (\text{Realized Price } i)^2}$$

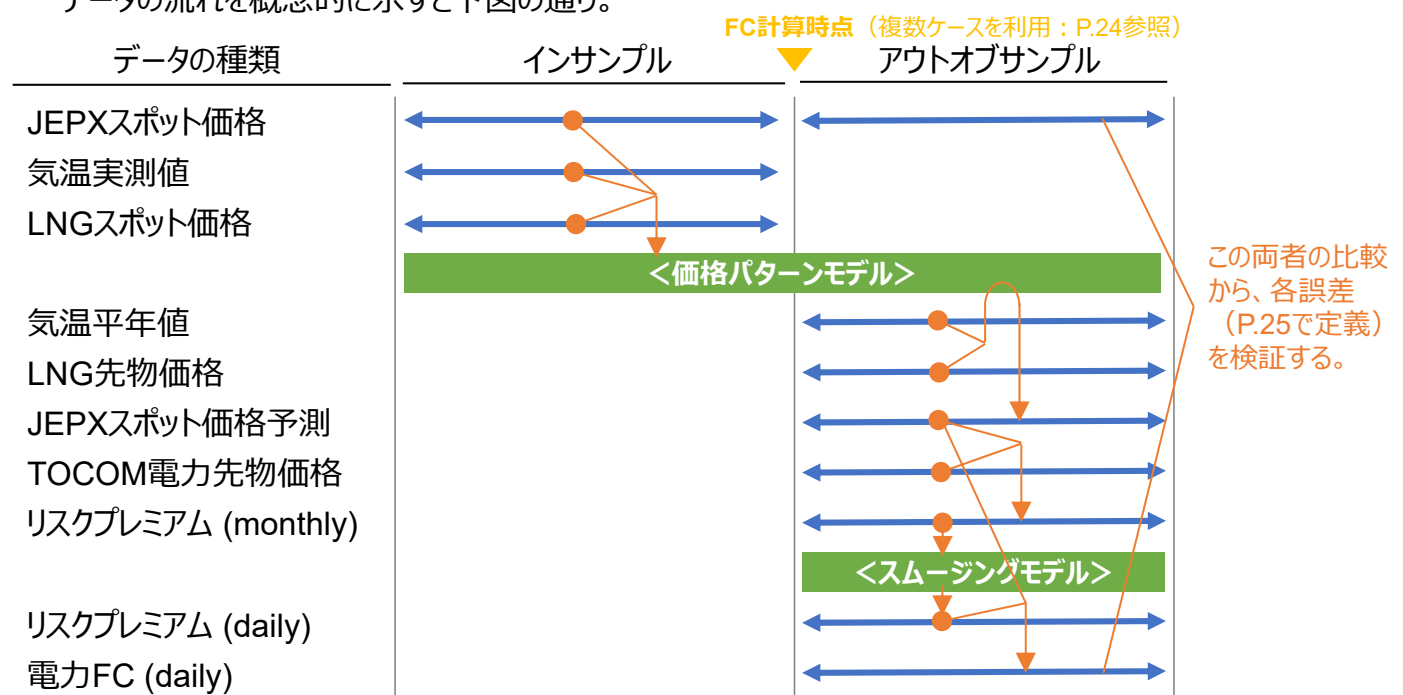
■ 絶対誤差

$$\text{Absolute Error} = \frac{\sum_{i=1}^N |\text{Realized Price } i - \text{Estimated Price } i|}{\sum_{i=1}^N |\text{Realized Price } i|}$$

- ここで、*Realized Price* i は電力スポット価格、*Estimated Price* i は計算されたFCの価格で、それぞれ日平均価格を用いる (N はアウトオブサンプル期間の日数を意味する)。
- モデル間の検証にあたっては、結果の信頼性を確保するため、異なる複数の観測時点で評価することとする (P.24の「利用期間」参照)。

データの利用期間について (補足)

- ◆ インサンプル (回帰式の推定に利用) とアウトオブサンプル (誤差の検証に利用) それぞれの期間におけるデータの流れを概念的に示すと下図の通り。



注: インサンプル期間は直近過去4年とする。FC計算時点別のアウトオブサンプル期間は、ケース①では1年間、ケース②では、FC計算時点 (2021年1月各日) から本研究実施時点より前 (2021年9月末まで) の8~9か月とする。

価格パターンモデル：二乗誤差の比較

- ◆ 二乗誤差は、燃料価格・季節性・曜日効果のみを用いた基本モデル (M1) に、経年変化の季節性を加味 (M2)、曜日効果の季節性を加味 (M3)、気温感応度の季節性を加味 (M4) する毎に縮小。
- ◆ M1からM4に精緻化していく過程の「改善幅」に着目すると、曜日効果の季節性を加味すること（つまり、M2からM3への変化）が、誤差の縮小に比較的大きく寄与している。

FC計算時点	二乗誤差							
	東エリア				西エリア			
	M1	M2	M3	M4	M1	M2	M3	M4
2019-09-27	0.1757	0.1744	0.1733	0.1733	0.2479	0.2461	0.2432	0.2428
2019-10-30	0.2234	0.2243	0.2232	0.2232	0.2875	0.2879	0.2850	0.2850
2019-11-28	0.2690	0.2690	0.2671	0.2672	0.3141	0.3139	0.3113	0.3110
2019-12-26	0.3611	0.3594	0.3579	0.3583	0.4332	0.4336	0.4330	0.4330
2020-01-30	0.7667	0.7679	0.7674	0.7671	0.7650	0.7652	0.7643	0.7641
2020-02-27	0.7687	0.7685	0.7680	0.7678	0.7594	0.7592	0.7582	0.7582
2020-03-30	0.7878	0.7877	0.7872	0.7870	0.7788	0.7789	0.7779	0.7777
2020-04-27	0.7940	0.7940	0.7934	0.7932	0.7828	0.7827	0.7817	0.7816
2020-05-28	0.7851	0.7851	0.7845	0.7843	0.7707	0.7708	0.7698	0.7697
2020-06-29	0.7770	0.7771	0.7764	0.7762	0.7632	0.7633	0.7623	0.7622
2020-07-30	0.7742	0.7742	0.7735	0.7733	0.7556	0.7556	0.7547	0.7546
2020-08-28	0.7702	0.7703	0.7698	0.7696	0.7532	0.7534	0.7528	0.7526
平均	0.6044	0.6043	0.6035	0.6034	0.6176	0.6176	0.6162	0.6160

注：エリア・日付（FC計算時点：月末）別に、4つのモデルを比較し、最も誤差の小さいものを太字（及び赤色のグラデーション）で表示している。

価格パターンモデル：絶対誤差の比較

- ◆ モデル間の絶対誤差の比較結果は、二乗誤差と同様の傾向となっている。
- ◆ 二乗誤差のケースと同様に、曜日効果の季節性を加味すること（M2→M3）が、誤差の縮小に比較的大きく寄与していることは、季節による平日・休日の価格差の違いが直接的にFCの形状に反映されるためであると考えられる。

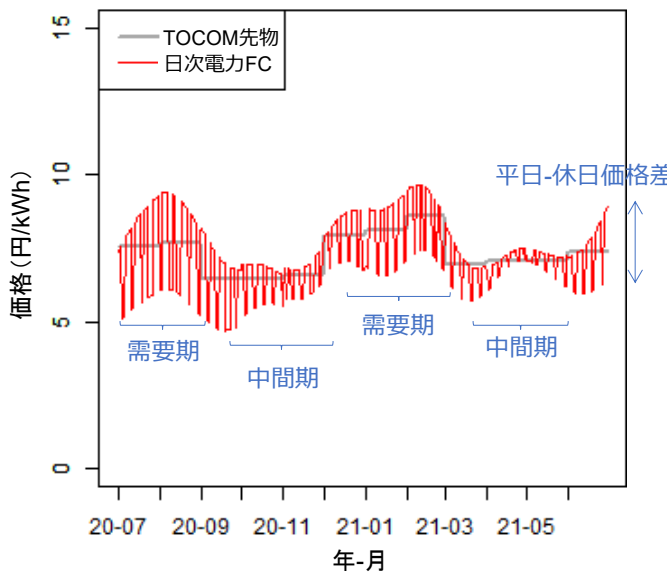
FC計算時点	絶対誤差							
	東エリア				西エリア			
	M1	M2	M3	M4	M1	M2	M3	M4
2019-09-27	0.3771	0.3745	0.3685	0.3688	0.4614	0.4585	0.4537	0.4535
2019-10-30	0.4402	0.4413	0.4361	0.4363	0.5041	0.5047	0.5011	0.5015
2019-11-28	0.4915	0.4915	0.4861	0.4864	0.5354	0.5352	0.5320	0.5319
2019-12-26	0.5521	0.5512	0.5470	0.5474	0.6024	0.6027	0.5999	0.5999
2020-01-30	0.6825	0.6836	0.6811	0.6811	0.7057	0.7058	0.7041	0.7039
2020-02-27	0.6786	0.6784	0.6753	0.6755	0.6947	0.6946	0.6929	0.6929
2020-03-30	0.6345	0.6345	0.6315	0.6318	0.6451	0.6455	0.6435	0.6433
2020-04-27	0.6091	0.6091	0.6054	0.6056	0.6077	0.6075	0.6058	0.6059
2020-05-28	0.5892	0.5893	0.5853	0.5856	0.5697	0.5699	0.5685	0.5686
2020-06-29	0.5589	0.5591	0.5563	0.5564	0.5541	0.5542	0.5535	0.5536
2020-07-30	0.5273	0.5266	0.5266	0.5264	0.5183	0.5176	0.5174	0.5174
2020-08-28	0.5147	0.5163	0.5187	0.5182	0.5030	0.5038	0.5054	0.5053
平均	0.5547	0.5546	0.5515	0.5516	0.5751	0.5750	0.5731	0.5731

注：エリア・日付（FC計算時点：月末）別に、4つのモデルを比較し、最も誤差の小さいものを太字（及び赤色のグラデーション）で表示している。

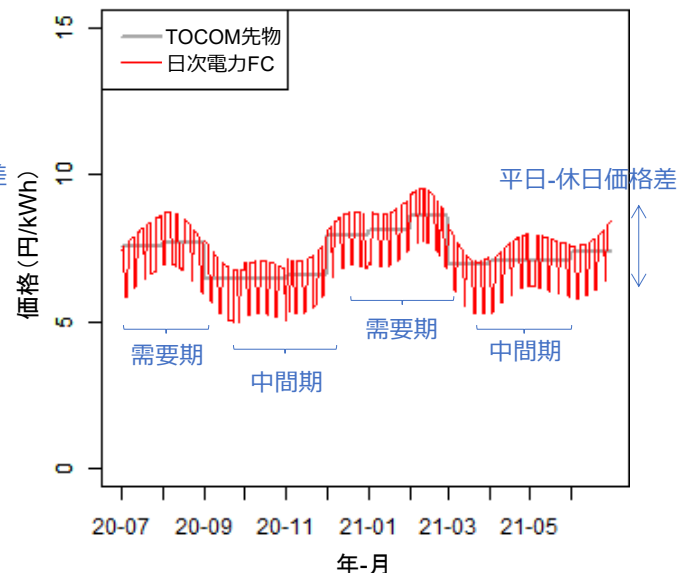
価格パターンモデル：カーブ形状の比較

- ◆ 曜日効果の季節性を加味したFCモデル（M4モデル）では、需要期の平日-休日価格差は大きく、中間期の価格差は小さくなっていることが確認できる。
 - 曜日効果を年間一定とした場合（M1モデル）とFCの形状（振幅）が異なっている。

曜日効果の季節性加味（M4モデル）



曜日効果年間一定（M1モデル）



注：両グラフともに、東エリアの2020年6月29日時点で計算されるFCを表示している。

スムージングモデル：二乗誤差の比較

- ◆ 二乗誤差では全36ケース（2エリア×18日）のうちの35ケースで提案手法の方が、既往手法よりも当てはまりがよい結果となっていた。
- ◆ 特に、1月後半に近づくにつれて、先物価格の高騰が顕著となる注1にしたがい、提案手法の相対的な誤差が顕著に縮小している。
 - 例えば、1月26-28日のFCでは、30～40%程度も改善している。

注1：1月終盤では、スポット価格の高騰は収まったが、1月の先物価格（スポット未約定期間における価格）の高騰は継続していた。

FC計算時点	二乗誤差					
	東エリア			西エリア		
	既往	提案	相対誤差	既往	提案	相対誤差
2021-01-04	0.6315	0.6302	-0.2%	0.6296	0.6276	-0.3%
2021-01-05	0.6474	0.6440	-0.5%	0.6343	0.6316	-0.4%
2021-01-06	0.3449	0.3468	0.5%	0.5052	0.5043	-0.2%
2021-01-07	0.3697	0.3670	-0.7%	0.5352	0.5324	-0.5%
2021-01-08	0.2982	0.2943	-1.3%	0.5518	0.5466	-0.9%
2021-01-11	0.4150	0.3668	-11.6%	0.4403	0.3968	-9.9%
2021-01-12	0.8354	0.7911	-5.3%	0.9208	0.8757	-4.9%
2021-01-13	1.1308	1.0758	-4.9%	1.1282	1.0816	-4.1%
2021-01-14	1.3481	1.2889	-4.4%	1.4397	1.3781	-4.3%
2021-01-15	1.3735	1.3015	-5.2%	1.5428	1.4774	-4.2%
2021-01-19	1.8546	1.6712	-9.9%	2.8831	2.7311	-5.3%
2021-01-20	2.2559	2.0387	-9.6%	3.7664	3.5942	-4.6%
2021-01-21	2.7739	2.4844	-10.4%	3.0838	2.9620	-4.0%
2021-01-22	3.9480	3.5941	-9.0%	2.3679	2.3482	-0.8%
2021-01-25	3.9915	3.5597	-10.8%	3.0851	2.9036	-5.9%
2021-01-26	2.1227	1.4493	-31.7%	1.9145	1.3487	-29.6%
2021-01-27	1.8134	1.1816	-34.8%	1.5904	1.0560	-33.6%
2021-01-28	1.5156	0.9116	-39.9%	1.5512	0.9633	-37.9%
平均	1.5372	1.3332	-10.5%	1.5872	1.4422	-8.4%

注2：エリア・日付別に、既往手法(Benthaらの手法)と提案手法の2つのモデルを比較し、誤差の小さいものを太字（赤セル）で表示している。「相対誤差」は提案手法の既往手法に対する相対的な誤差を示す。

スムージングモデル：絶対誤差の比較

- ◆ 絶対誤差で見ても、36ケースのうち26ケースと、70%以上のケースで提案手法の方が当てはまりがよい結果となっていた。

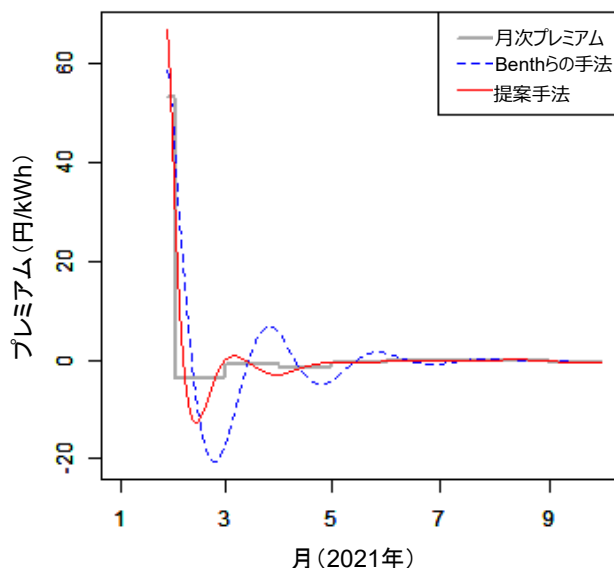
FC計算時点	絶対誤差					
	東エリア			西エリア		
	既往	提案	相対誤差	既往	提案	相対誤差
2021-01-04	0.5499	0.5495	-0.1%	0.5506	0.5497	-0.2%
2021-01-05	0.5684	0.5672	-0.2%	0.5693	0.5682	-0.2%
2021-01-06	0.5057	0.5060	0.1%	0.5448	0.5445	-0.1%
2021-01-07	0.5273	0.5257	-0.3%	0.5496	0.5484	-0.2%
2021-01-08	0.4428	0.4395	-0.7%	0.5700	0.5685	-0.3%
2021-01-11	0.5481	0.4991	-8.9%	0.5641	0.5382	-4.6%
2021-01-12	0.7803	0.7723	-1.0%	0.8330	0.8252	-0.9%
2021-01-13	0.8525	0.8423	-1.2%	0.8781	0.8731	-0.6%
2021-01-14	0.9326	0.9207	-1.3%	0.9474	0.9367	-1.1%
2021-01-15	0.7860	0.7984	1.6%	0.9181	0.9090	-1.0%
2021-01-19	0.8328	0.8372	0.5%	1.0135	1.0006	-1.3%
2021-01-20	0.8539	0.8560	0.2%	1.0142	1.0094	-0.5%
2021-01-21	0.8466	0.8621	1.8%	0.8307	0.8358	0.6%
2021-01-22	0.8988	0.9302	3.5%	0.7541	0.7656	1.5%
2021-01-25	0.7948	0.7961	0.2%	0.7711	0.7837	1.6%
2021-01-26	0.6667	0.4044	-39.3%	0.6548	0.4294	-34.4%
2021-01-27	0.6072	0.3648	-39.9%	0.6104	0.3991	-34.6%
2021-01-28	0.5718	0.3331	-41.7%	0.6088	0.3870	-36.4%
平均	0.6981	0.6558	-7.0%	0.7324	0.6929	-6.3%

注1：エリア・日付別に、既往手法(Benthらの手法)と提案手法の2つのモデルを比較し、誤差の小さいものを太字（赤セル）で表示している。「相対誤差」は提案手法の既往手法に対する相対的な誤差を示す。

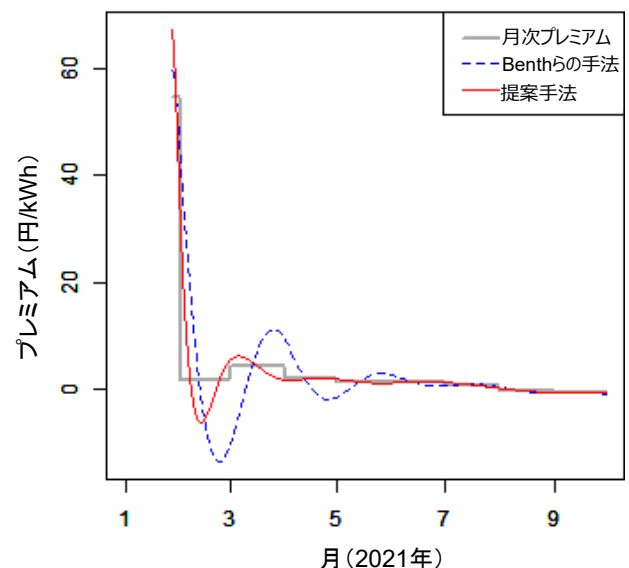
スムージングモデル：カーブ形状の比較（高騰時）

- ◆ Benthらの手法（曲率二乗積分の最小化）では、2021年1月の価格高騰の影響を受け、FC全体が大きくなる形状が確認される。
- ◆ 他方、提案手法（制約条件付き最小二乗法）では、うねりが大幅に解消されている。

東エリア（2021年1月26日時点）

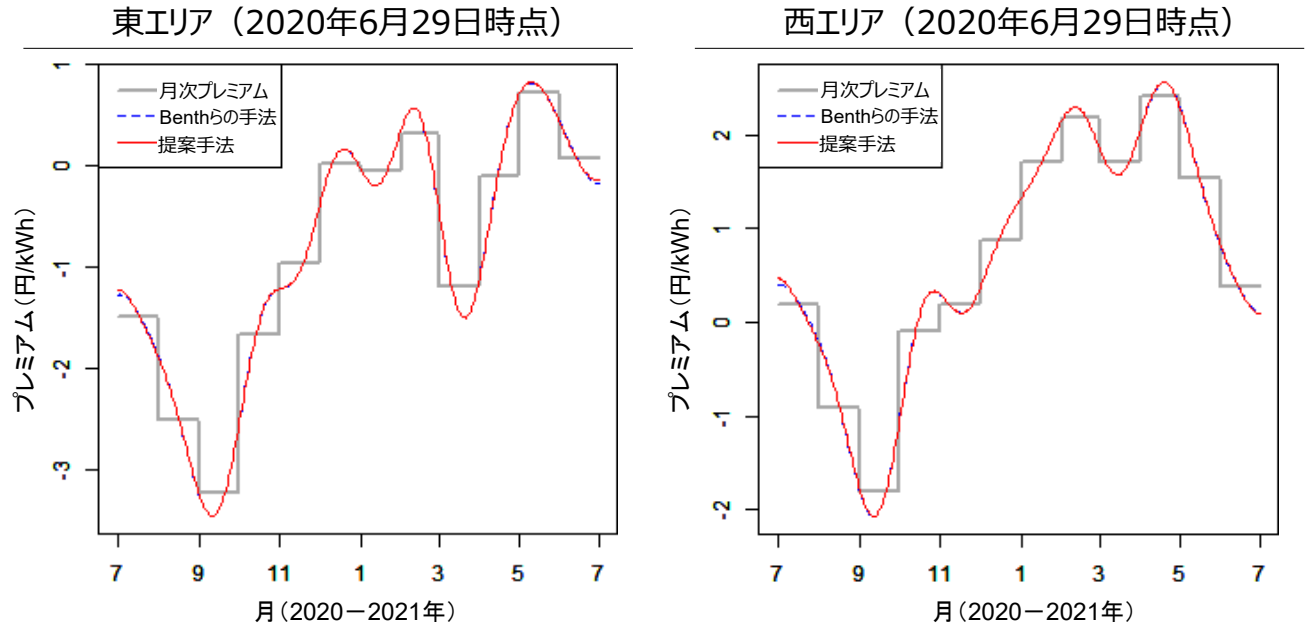


西エリア（2021年1月26日時点）



スムージングモデル：カーブ形状の比較（通常時）

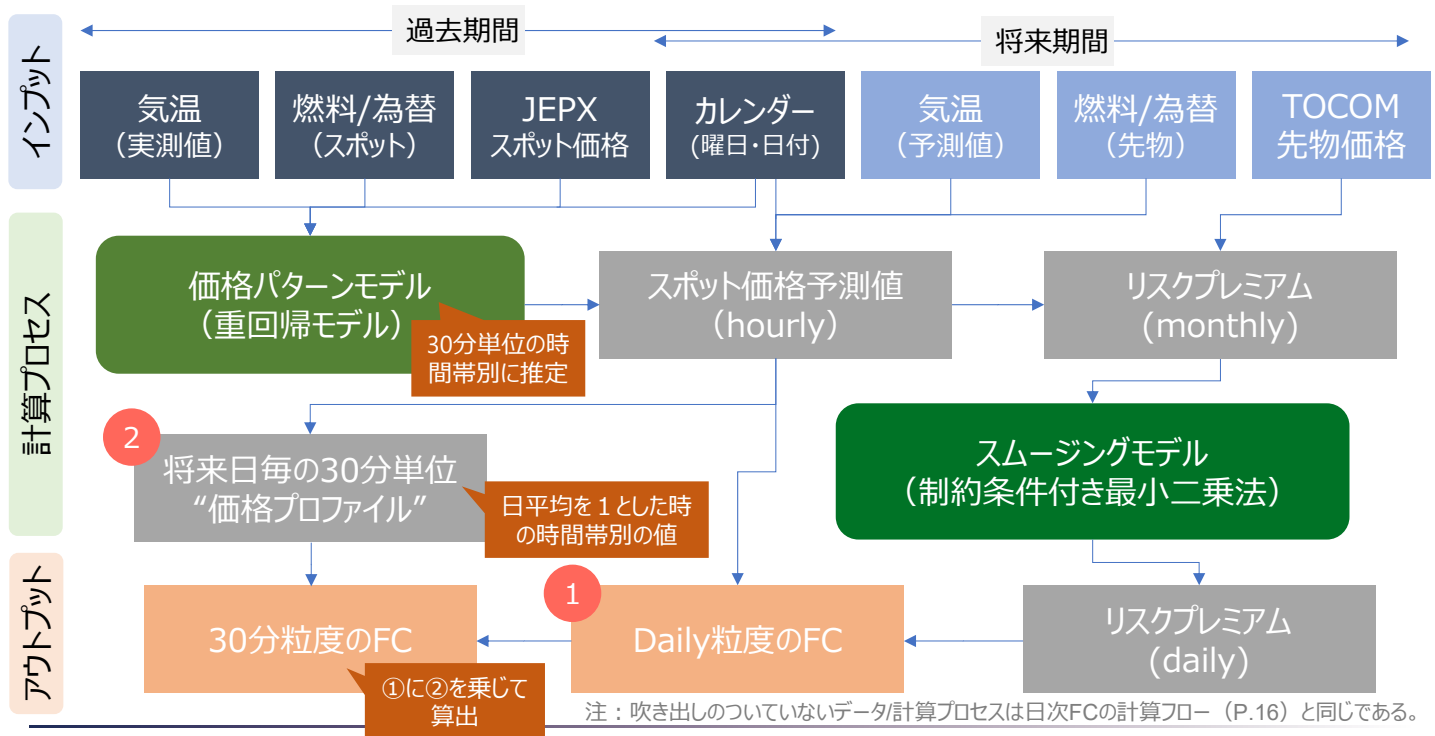
- ◆ 2021年1月のような価格高騰が発生しない場合、Benthらの手法と提案手法の曲線にほとんど差は見られない。
 - 図は2020年6月末の事例であるが、他の月でも同様の結果となっていた。



6. モデルの応用 -30分粒度への展開-

30分粒度への展開方法

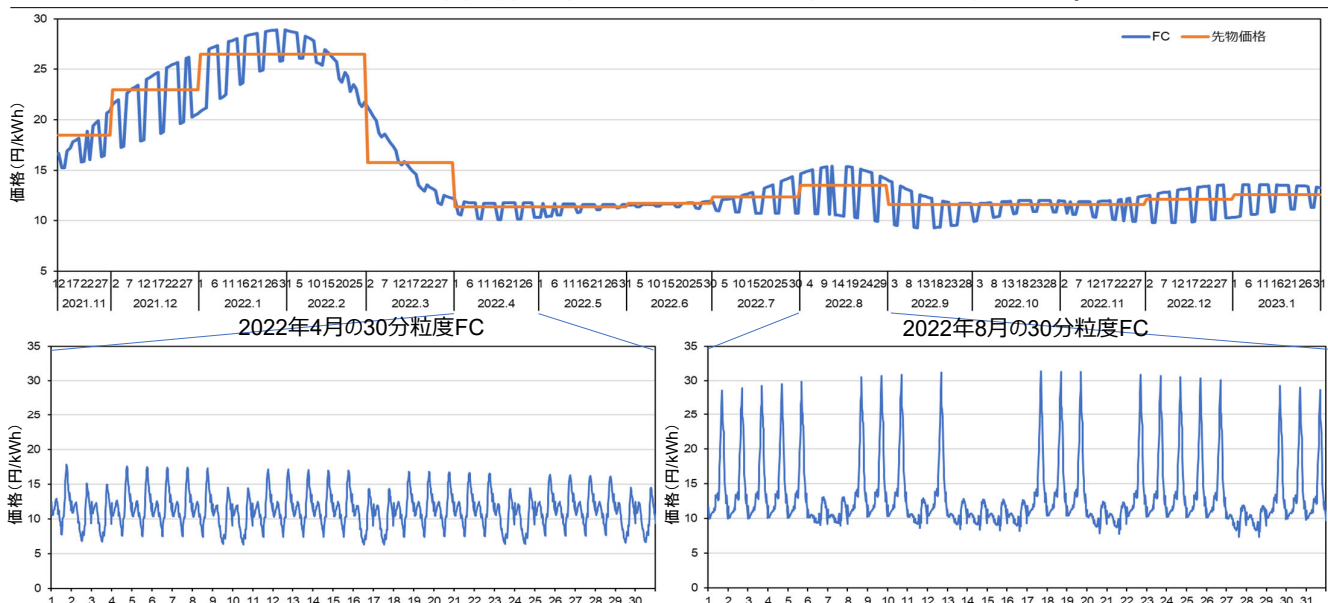
- ◆ 30分粒度のFCを計算する場合は、価格パターンモデルを時間帯別に推定し、将来日毎の30分単位“価格プロファイル”（下図参照）を作成し、元々の日次粒度のFCにかけ合わせればよい。



30分粒度FCの計算例

- ◆ 前頁記載の計算方法によって計算されたFCの例は下図の通り。
- ◆ 中間期や需要期における時刻別価格の特徴が、よく捉えられていることが確認できる。
注1：なお、当該FCは全てExcel®*（重回帰関数、VBA、ソルバー）のみを用いて計算。これにより、提案アルゴリズムの実装容易性も検証された。
 * Excel®は、Microsoft Corporationの米国およびその他の国における商標または登録商標。

FCの計算例（上段：日次FC、下段：30分粒度FC）



注2：2021年11月10日時点計算の東エリアのFCを表示。下段は2022年4月と2022年8月の期間について30分単位粒度のFCを拡大表示したものです。

7. まとめ

まとめ

- ◆本研究では、わが国の電力市場取引実務に向けた頑健なFCの計算手法を構築するため、**既往の手法を改良したアルゴリズムを提案**し、実際の**市場データを用いてFCの精度を検証**した。本研究で構築したFCアルゴリズムの特徴や利点を整理すると、次の通りである。
 - ▶既往手法と同様のFC構築アプローチをとりつつ、解くべき最適化問題として、曲率二乗積分の代わりに二乗誤差の最小化を用いることにより、**既往手法の欠陥を大幅に改善**できること。
(⇒本研究では、このことを実証的に示した。)
 - ▶本手法は、**Bスプライン関数を制約付き最小二乗法に適用**するという比較的単純なアプローチであり、実務者にとっても理解しやすく、直感的であり、実装性にも優れていること（なお、Excel®でも実装可能である）。
 - ▶さらに、FCの**主要な要件（アービトラージフリー、休日パターン、季節性、滑らかな連続性）をすべて満たしている**ために合理性が確保され、合意形成が図りやすく、市場取引や相対契約のプライシングに活用しやすいモデルであること。
 - ▶価格パターンの推定において、**外生変数の組み込み方を精緻化**することで更なる精度改善が見込めること。（⇒特に、本研究では、曜日効果の季節性を加味することが、実際に誤差の縮小に寄与することなどを示した。）
- ◆今後の課題としては、EEX日本電力先物市場のようなカスケーディングが採用された先物市場への適用や、30分粒度での精度評価、実務での利用に向けた表計算ロジックの作成、利用データの選定及び回帰式の精緻化、天気予報を用いた短期の精度向上等、モデルの更なる改善が挙げられる。

付録

TOCOM電力先物の概要

- ◆ 2022年1月現在、東西2エリアに対して、ベースロードと日中ロードの計4商品があり、それぞれ、月間物で直近15限月が上場されている。
 - 立会時間は日中立会と夜間立会の2回あり、その開始時と終了時の1日4回、シングルプライスオークション(板寄せ)が行われ、その間はザラバ取引が実施されている。
 - その他、一律の値段で複数限月のセット取引を行う商品が立会外取引によって提供されている。

TOCOM電力先物の商品概要

ロード	ベースロード		日中ロード	
エリア	東エリア	西エリア	東エリア	西エリア
取引種類	現金決済先物			
取引対象	JEPXスポット (東京/関西) 全日 0-24時 価格		JEPXスポット (東京/関西) 平日 8-20時 価格	
取引単位	月物 (100kWh×24h×当該月の 暦日数)		月物 (100kWh×12h ×当該月の平日日数)	
呼値	0.01円/kWh			
限月	直近15限月			

Benthらの手法における最適化問題

- ◆ 本研究では、P.22に示したように、リスクプレミアムに関して、「制約条件付き最小二乗法」の問題を構築したが、Benthらの手法では、代わりに「曲率二乗積分最小化」の最適化問題が扱われる。
- ◆ 具体的には、リスクプレミアム $\varepsilon(t)$ に対して次のような最適化問題を解く。注:(2),(3),(4)式はP.17を参照

$$\min_{\varepsilon(t) \in \mathcal{S}} \int_{t_0}^{t_n} [\varepsilon''(t)]^2 dt, \quad \text{subject to (2),(3) and (4)}$$

- ◆ ここで、 \mathcal{S} は4次のスプライン関数の集合を表し、具体的には次式の形で与えられる。

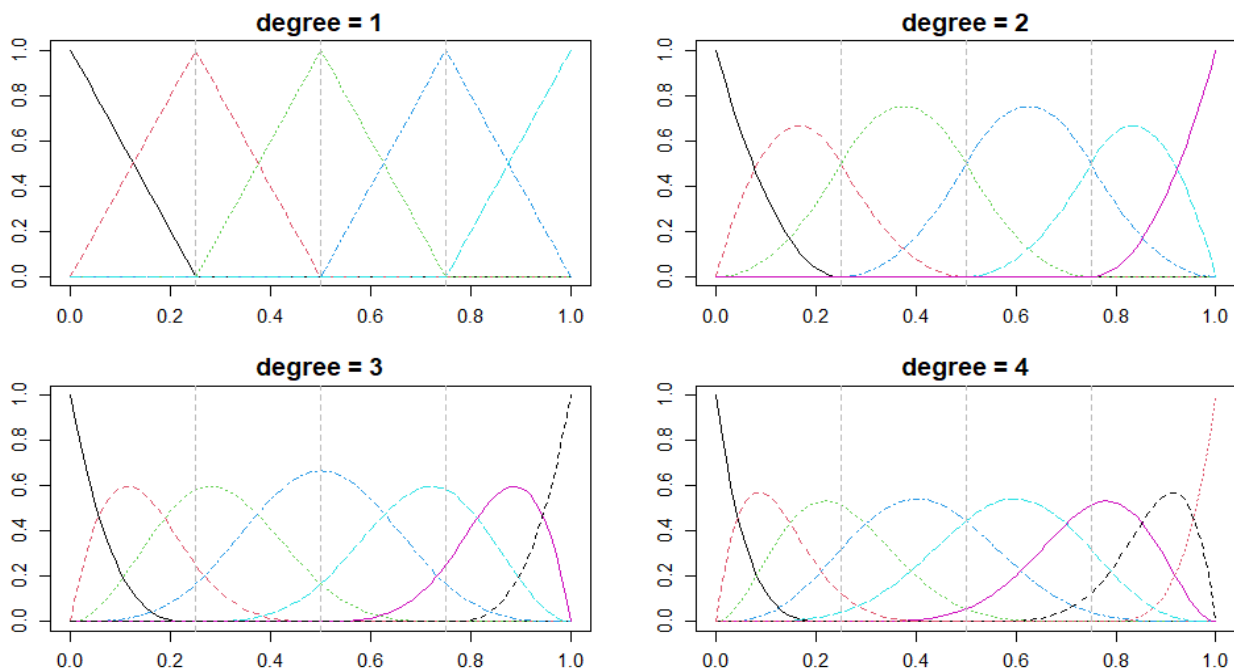
$$\varepsilon(t) = \begin{cases} a_1 t^4 + b_1 t^3 + c_1 t^2 + d_1 t + e_1 & t \in [t_0, t_1) \\ a_2 t^4 + b_2 t^3 + c_2 t^2 + d_2 t + e_2 & t \in [t_1, t_2) \\ \vdots & \\ a_n t^4 + b_n t^3 + c_n t^2 + d_n t + e_n & t \in [t_{n-1}, t_n] \end{cases}$$

- ◆ ただし、滑らかな連続性条件 (値、1階・2階の微分係数がそれぞれ定義域の切れ目で接続) より、各係数は、 $j = 1, \dots, n - 1$ に対して以下を満たす。

$$\begin{cases} (a_{j+1} - a_j)t_j^4 + (b_{j+1} - b_j)t_j^3 + (c_{j+1} - c_j)t_j^2 + (d_{j+1} - d_j)t_j + e_{j+1} - e_j = 0 \\ 4(a_{j+1} - a_j)t_j^3 + 3(b_{j+1} - b_j)t_j^2 + 2(c_{j+1} - c_j)t_j + d_{j+1} - d_j = 0 \\ 12(a_{j+1} - a_j)t_j^2 + 6(b_{j+1} - b_j)t_j + 2(c_{j+1} - c_j) = 0 \end{cases}$$

Bスプライン基底関数の形状

- ◆ Bスプライン基底関数は、多項式の次数 (degree) とノット (knot: 接合点) を指定すれば一意に定まる注。
- ◆ 例えば、ノットを (0, 0.25, 0.5, 0.75, 1) とした場合の1~4次のBスプライン基底関数は下図の通り。
 - Bスプライン基底関数は、[ノット+次数-1] 個存在し、合計すると全ての定義域で1となる。



注：例えば、統計ソフトRのパッケージ“Splines2”(Wang and Yan, 2021, 2022) を用いることにより、このような方法からBスプライン基底関数が容易に取得できる。

Bスプライン基底関数の定義

- ◆ まず、 $t = \{t_i \mid i \in \mathbb{Z}\}$ を以下のような非減少実数列($t_i \leq t_{i+1}$)とする^{注1}。

$$t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_{N+1}$$

注1：本研究における t_i は、FCの始点となる日(t_0)、終点となる日(t_{N+1})、期間内に存在する各月初日($t_1 \dots t_N$)に該当する。

- ◆ 次のような拡張されたノットのセットを定義する。

$$t_{-(m-1)} = \dots = t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_N \leq t_{N+1} = \dots = t_{N+m}$$

※ ここでは、下側と上側の境界ノットである t_0 と t_1 を $n = m - 1$ 回追加している（Bスプラインの再帰的性質のために必要。ただし、前頁ではこの留意点（追加的なノットの存在）を省略して説明していることに注意。）。

- ◆ 拡張されたノット t_i , $i = 0, \dots, N + 2m - 1$ のそれぞれについて、**Bスプライン基底関数(実数値関数) $B_{i,j}$** のセット ($j = 0, 1, \dots, n$; n はBスプライン基底の次数) を以下のように再帰的に定義する。

$$B_{i,0}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } t_i \leq x < t_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$B_{i,j+1}(x) = \alpha_{i,j+1}(x)B_{i,j}(x) + [1 - \alpha_{i+1,j+1}(x)]B_{i+1,j}(x)$$

$$\text{where } \alpha_{i,j}(x) = \begin{cases} \frac{x - t_i}{t_{i+j} - t_i} & \text{if } t_{i+j} \neq t_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

簡単な四則演算のため、Excel[®]でも計算可能

- ◆ ただし、上記の計算では、0/0を0と定義する。

注2：Bスプライン関数の詳細は、Boor (1978)を参照されたい。

参考文献

1. 松本拓史, 遠藤操 (2021). わが国の電力先物におけるリスクプレミアムの実証分析. 電力中央研究所研究報告 Y20004.
2. 東京商品取引所 (2016). 電力先物の価格形成手法に関する調査. 経済産業省 平成27年度商取引適正化・製品安全に係る事業報告書
3. F. E. Benth, S. Koekkebakker, and F. Ollmar (2007) "Extracting and applying smooth forward curves from average-based commodity contracts with seasonal variation," The Journal of Derivatives, vol. 15, no. 1, pp. 52-66.
4. R. Caldana, G. Fusai, and A. Roncoroni (2017) "Electricity forward curves with thin granularity: Theory and empirical evidence in the hourly EPEX spot market," European Journal of Operational Research, vol. 261, no. 2, pp.715-734.
5. C. De Boor (1978) A practical guide to splines New York: Springer-verlag, New York-Berlin.
6. S. Borak, and R. Weron (2008) "A semiparametric factor model for electricity forward curve dynamics," Humboldt-Universität zu Berlin, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät.
7. Eydeland, A., and Wolyniec, K. (2002). Energy and power risk management: New developments in modeling, pricing, and hedging (Vol. 97). John Wiley & Sons.
8. S. E. Fleten, and J. Lemming (2003) "Constructing forward price curves in electricity markets," Energy Economics, vol. 25, no. 5, pp. 409-424.
9. Geman, H. (2005). Commodities and commodity derivatives: modeling and pricing for agriculturals, metals and energy. John Wiley & Sons.
10. P. S. Hagan, and G. West (2006) "Interpolation methods for curve construction," Applied Mathematical Finance, vol, 13, no. 2, pp. 89-129.
11. M. Hildmann, G. Andersson, G., G. Caro, D. Daly, and S. Rossi (2013) "What Makes a Good Hourly Price Forward Curve?" In 2013 10th International Conference on the European Energy Market, IEEE, pp. 1-7.
12. R. Kiesel, F. Paraschiv, and A. Sætherø (2019) "On the construction of hourly price forward curves for electricity prices," Computational Management Science, vol. 16, no. 1, pp. 345-369.
13. T. Matsumoto, and M. Endo (2021) "One-Week-Ahead Electricity Price Forecasting Using Weather Forecasts, and its Application to Arbitrage in the Forward Market: An Empirical Study of the Japan Electric Power Exchange," Journal of Energy Markets, vol. 14, no. 3, pp. 1-26.
14. T. Matsumoto, and M. Endo (2022) "Power Forward Curve Model with Mitigated Swell Based on Constrained Least Square Error Approach," In 2022 12th International Conference on Power, Energy and Electrical Engineering (CPEEE 2022), IEEE [in press].
15. W. Wang, and J. Yan (2021), "Shape-Restricted Regression Splines with R Package splines2," Journal of Data Science, vol. 19, no. 3, pp. 498-517.
16. W. Wang, and J. Yan (2022) Package 'splines2' v. 0.4.5, Available at: <https://cran.r-project.org/web/packages/splines2/splines2.pdf>.

[不許複製]

発行

一般財団法人 電力中央研究所
社会経済研究所
東京都千代田区大手町1-6-1

e-mail hokokusho@criepi.denken.or.jp

著作

一般財団法人 電力中央研究所
東京都千代田区大手町1-6-1
